



LOB 1003 - Cálculo 1

Lista de exercícios 2 - Parte 2 2º semestre de 2025

1. Use derivação implícita para determinar $\frac{dy}{dx}$.

a) $x^2y + xy^2 = 6$

b) $2xy + y^2 = x + y$

c) $x^2(x-y)^2 = x^2 - y^2$

d) $y^2 = \frac{x-1}{x+1}$

e) $x^{1/2} + y^{1/2} = 1$

f) $x = \operatorname{tg} y$

g) $e^{2x} = \operatorname{sen}(x+3y)$

h) $y \operatorname{sen}\left(\frac{1}{y}\right) = 1 - xy$

i) $\operatorname{sen}(xy) = \frac{1}{2}$

2. Use a derivada implícita para determinar $\frac{dy}{dx}$ e $\frac{d^2y}{dx^2}$

a) $x^2 + y^2 = 1$

b) $y^2 = e^{x^2} + 2x$

c) $2\sqrt{y} = x - y$

d) $x^3 + y^3 = 16$

3. Use a derivação logarítmica para determinar a derivada de y em relação à variável independente dada.

a) $y = \sqrt{x(x+1)}$

b) $y = \sqrt{\frac{t}{t+1}}$

c) $y = \sqrt{\theta+3} \operatorname{sen} \theta$

d) $y = t(t+1)(t+3)$

e) $y = \frac{\theta+5}{\theta \cos \theta}$

f) $y = \frac{x\sqrt{x^2+1}}{(x+1)^{2/3}}$

g) $y = \sqrt[3]{\frac{x(x-2)}{x^2+1}}$

4. Determine os valores abaixo.

a) $\operatorname{sen}\left(\cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right)$

b) $\operatorname{tg}\left(\operatorname{sen}^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)\right)$

c) $\operatorname{cosec}(\sec^{-1} 2) + \cos(\operatorname{tg}^{-1}(-\sqrt{3}))$

d) $\operatorname{sen}\left(\operatorname{sen}^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) + \cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)\right)$

e) $\sec(\operatorname{tg}^{-1} 1 + \operatorname{cosec}^{-1} 1)$

5. Encontre a derivada de y em relação à variável apropriada

a) $y = \cos^{-1} x^2$

b) $y = \operatorname{sen}^{-1} \sqrt{2t}$

c) $y = \sec^{-1}(2s+1)$

d) $y = \operatorname{cosec}^{-1}(x^2+1), x > 0$

e) $y = \sec^{-1} \frac{1}{t}, 0 < t < 1$

f) $y = \operatorname{cotg}^{-1} \sqrt{t}$

g) $y = \ln(\operatorname{tg}^{-1} x)$

h) $y = \operatorname{cosec}^{-1}(e^t)$

i) $y = s\sqrt{1-s^2} + \cos^{-1} s$

j) $y = \operatorname{tg}^{-1} \sqrt{x^2-1} + \operatorname{cosec}^{-1} x, x > 1$

k) $y = x \operatorname{sen}^{-1} x + \sqrt{1-x^2}$

6. Verifique que

a) $\frac{d}{dx} \left[x \operatorname{tg}^{-1} x - \frac{1}{2} \ln(1+x^2) \right] = \operatorname{tg}^{-1} x$

b) $\frac{d}{dx} \left[\frac{x^3}{3} \operatorname{sen}^{-1} x + \frac{x^2+2}{9} \sqrt{1-x^2} \right] = x^2 \operatorname{sen}^{-1} x$

c) $\frac{d}{dx} [(x+1) \operatorname{tg}^{-1} \sqrt{x} - \sqrt{x}] = \operatorname{tg}^{-1} \sqrt{x}$

d) $\frac{d}{dx} \left[-\frac{1}{2} \operatorname{sen}^{-1} \left(\frac{2-x}{x\sqrt{2}} \right) \right] = \frac{1}{x\sqrt{x^2+4x-4}}$

7. Demonstre a identidade.

a) $\sinh(-x) = -\sinh x$

b) $\cosh x + \sinh x = e^x$

c) $\sinh(x+y) = \sinh x \cosh y + \cosh x \sinh y$

d) $\cotgh^2 x - 1 = \operatorname{cosech}^2 x$

e) $\sinh 2x = 2 \sinh x \cosh x$

f) $\frac{1 + \operatorname{tgh} x}{1 - \operatorname{tgh} x} = e^{2x}$

8. Encontre a derivada e simplifique quando possível.

a) $f(x) = x \sinh x - \cosh x$

b) $h(x) = \ln(\cosh x)$

c) $y = e^{\cosh 3x}$

d) $f(t) = \operatorname{sech}^2(e^t)$

e) $G(x) = \frac{1 - \operatorname{cosech} x}{1 + \operatorname{cosech} x}$

f) $y = \cosh^{-1} \sqrt{x}$

g) $y = x \sinh^{-1} \left(\frac{x}{3} \right) - \sqrt{9+x^2}$

h) $y = \cotgh^{-1}(\sec x)$

9. Suponha que o raio r da esfera e a área $A = \pi r^2$ de um círculo sejam funções deriváveis de t . Escreva uma equação que relaciona $\frac{dA}{dt}$ e $\frac{dr}{dt}$.

10. O raio r e a altura h de um cilindro circular estão relacionados com o volume V do cilindro pela fórmula $V = \pi r^2 h$.

a) Como dV/dt está relacionada a dh/dt se r é constante?

b) Como dV/dt está relacionada a dr/dt se h é constante?

c) Como dV/dt está relacionada a dr/dt e dh/dt se r e h não são constantes?

11. A voltagem V , em volts, a corrente I , em amperes, e a resistência R , em ohms, de um circuito elétrico estão relacionados entre si pela equação $V = IR$. Suponha que V esteja aumentando a uma taxa de 1 volts/s, enquanto I está diminuindo a uma taxa de 1/3 A/s.

a) Qual o valor de dV/dt ?

b) Qual o valor de dI/dt ?

c) Qual equação relaciona dR/dt a dV/dt e dI/dt ?

d) Encontre a taxa com a qual R está variando quando $V = 12$ e $I = 2A$.

12. Sejam x e y deriváveis de t e seja $s = \sqrt{x^2 + y^2}$ a distância $(x, 0)$ e $(0, y)$ no plano xy .

- a) Como ds/dt está relacionada a dx/dt se y é constante?
- b) Como ds/dt está relacionado a dx/dt e dy/dt se nem x nem y são constantes?
- c) Como dx/dt está relacionada a dy/dt se s é constante?

13. Determine a linearização $L(x)$ de $f(x)$ quando $x = a$

- a) $f(x) = x^3 - 2x + 3$, $a = 2$
- b) $f(x) = x + \frac{1}{x}$, $a = 1$
- c) $f(x) = \operatorname{tg} x$, $a = \pi$
- d) $f(x) = (1 + x)^k$, $a = 0$

14. Determine dy

a) $y = x^3 - 3\sqrt{x}$

b) $y = \frac{2x}{1 + x^2}$

c) $2y^{3/2} + xy - x = 0$

d) $y = \operatorname{sen}(5\sqrt{x})$

e) $y = 4 \operatorname{tg}\left(\frac{x^3}{3}\right)$

f) $y = x^2 \operatorname{sen} 2x$

g) $y = \operatorname{tg} \sqrt{t}$

h) $y = 3 \operatorname{cosec}(1 - 2\sqrt{x})$

i) $y = e^{\sqrt{x}}$

j) $y = \ln(1 + x^2)$

k) $y = \operatorname{tg}^{-1}(e^{x^2})$

l) $y = \sec^{-1}(e^{-x})$

m) $y = e^{x/10}$

n) $y = \sqrt{3 + x^2}$