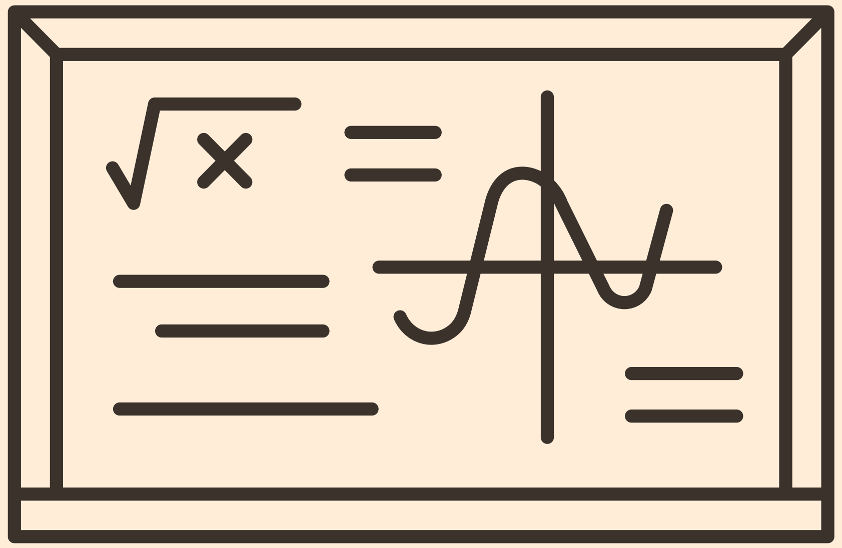
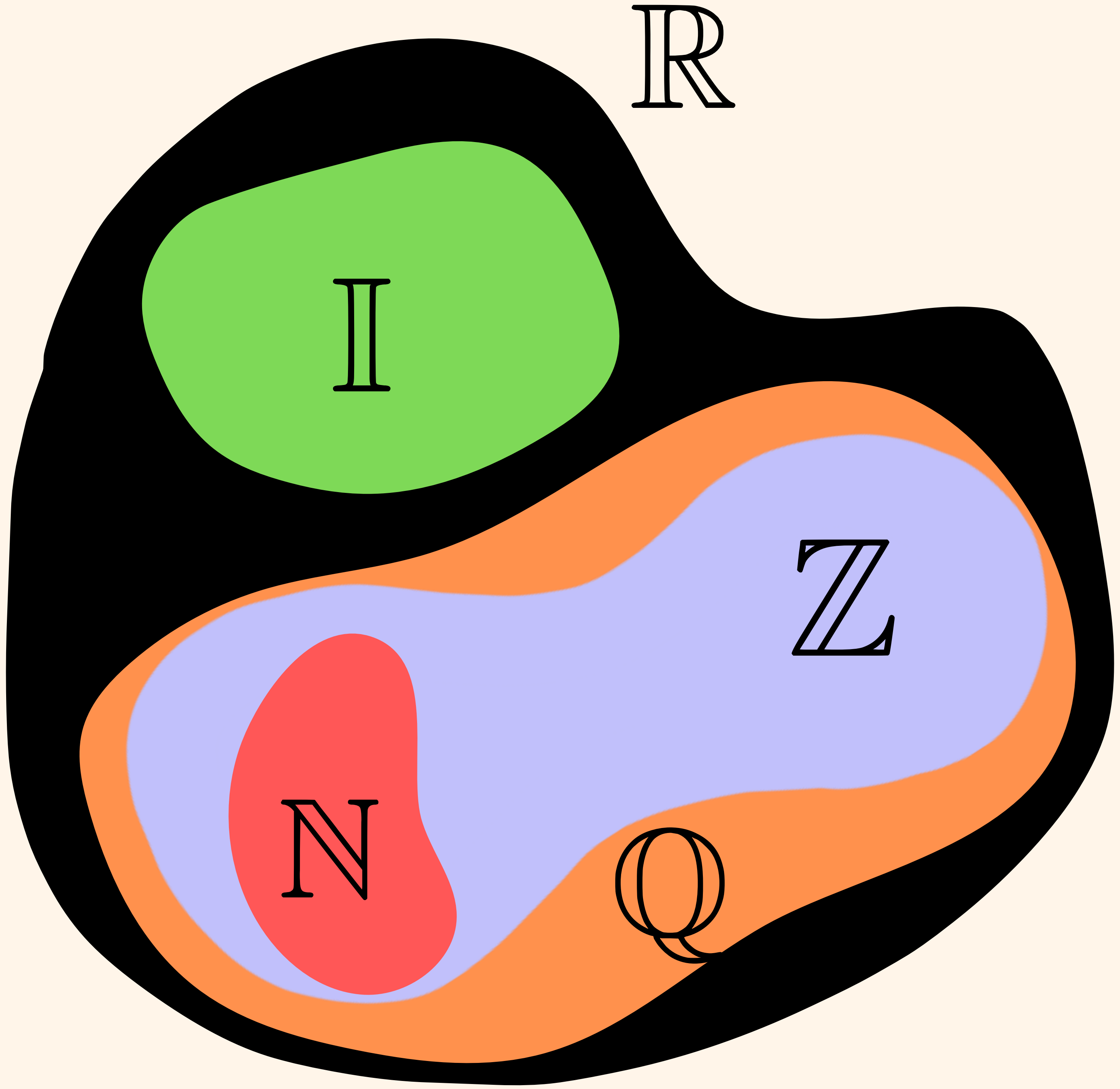
Aula 0 - Revisão

https://mmugnaine.github.io/eel/teaching/Calculo1_1S2026



Números reais

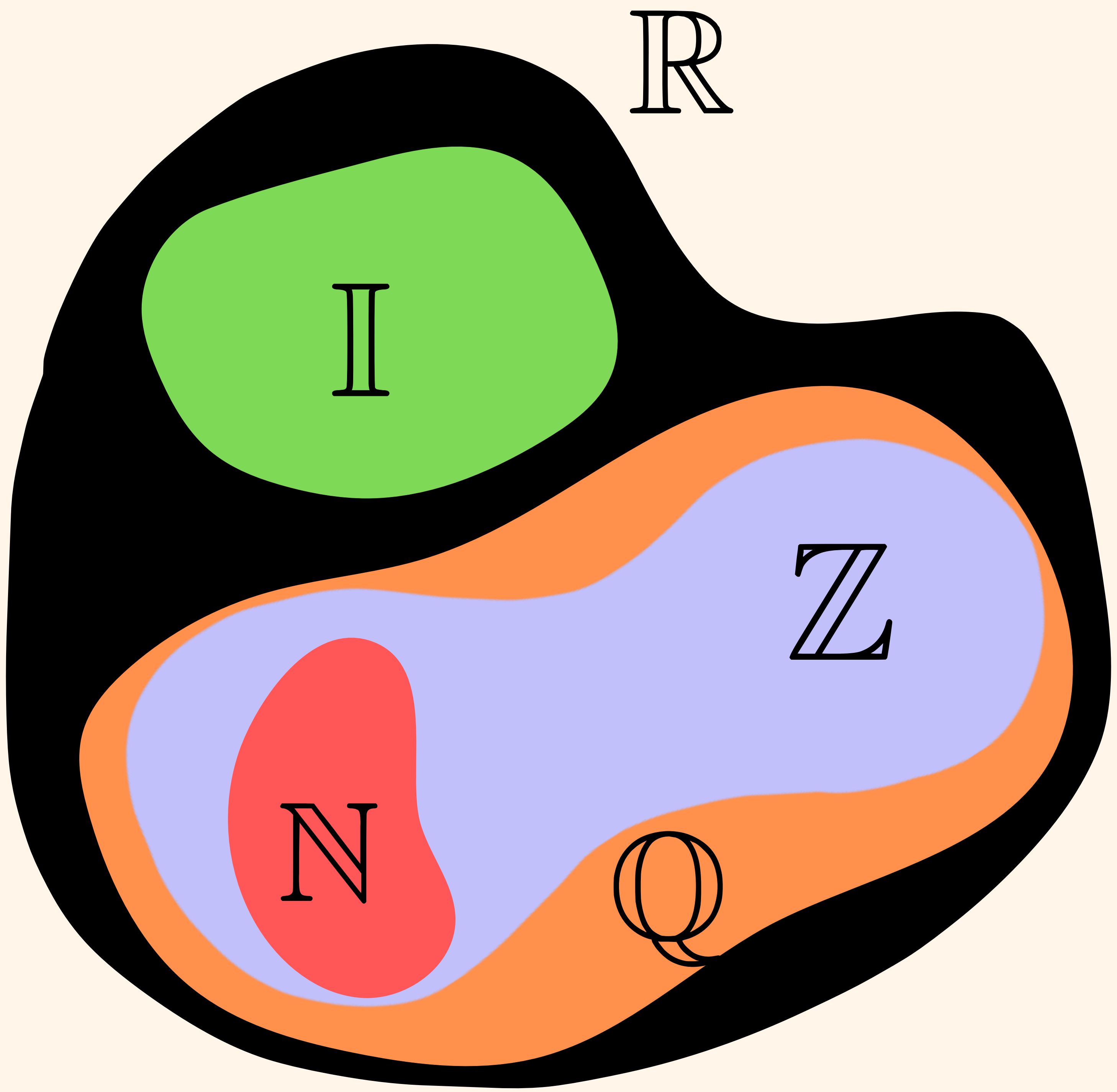


$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \ldots\}$$

$$a + b = s$$

$$a \cdot b = m$$

Números reais



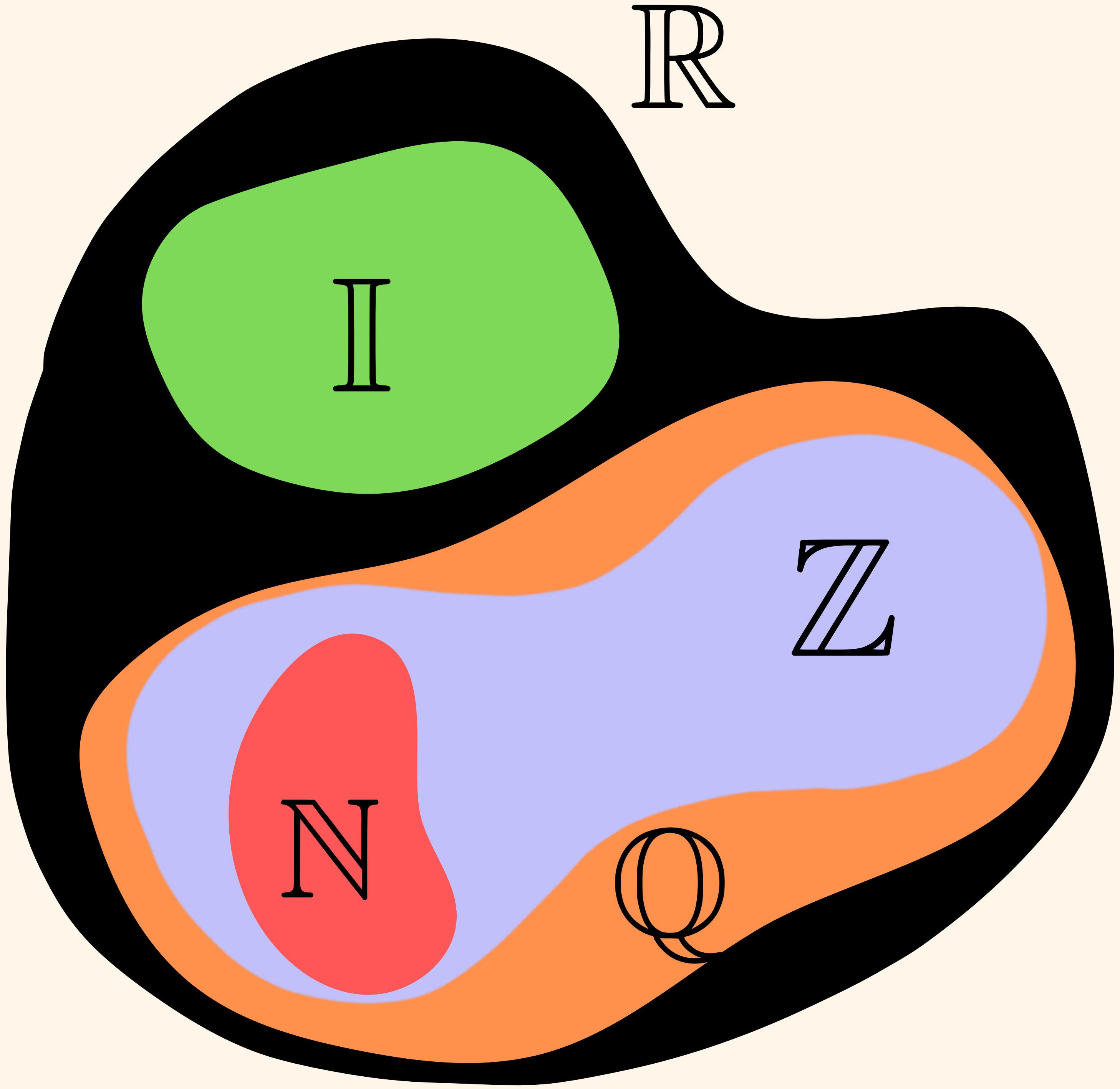
$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$$

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$$

$$a - b = a + (-b)$$

$$a + (-a) = 0$$

Números reais



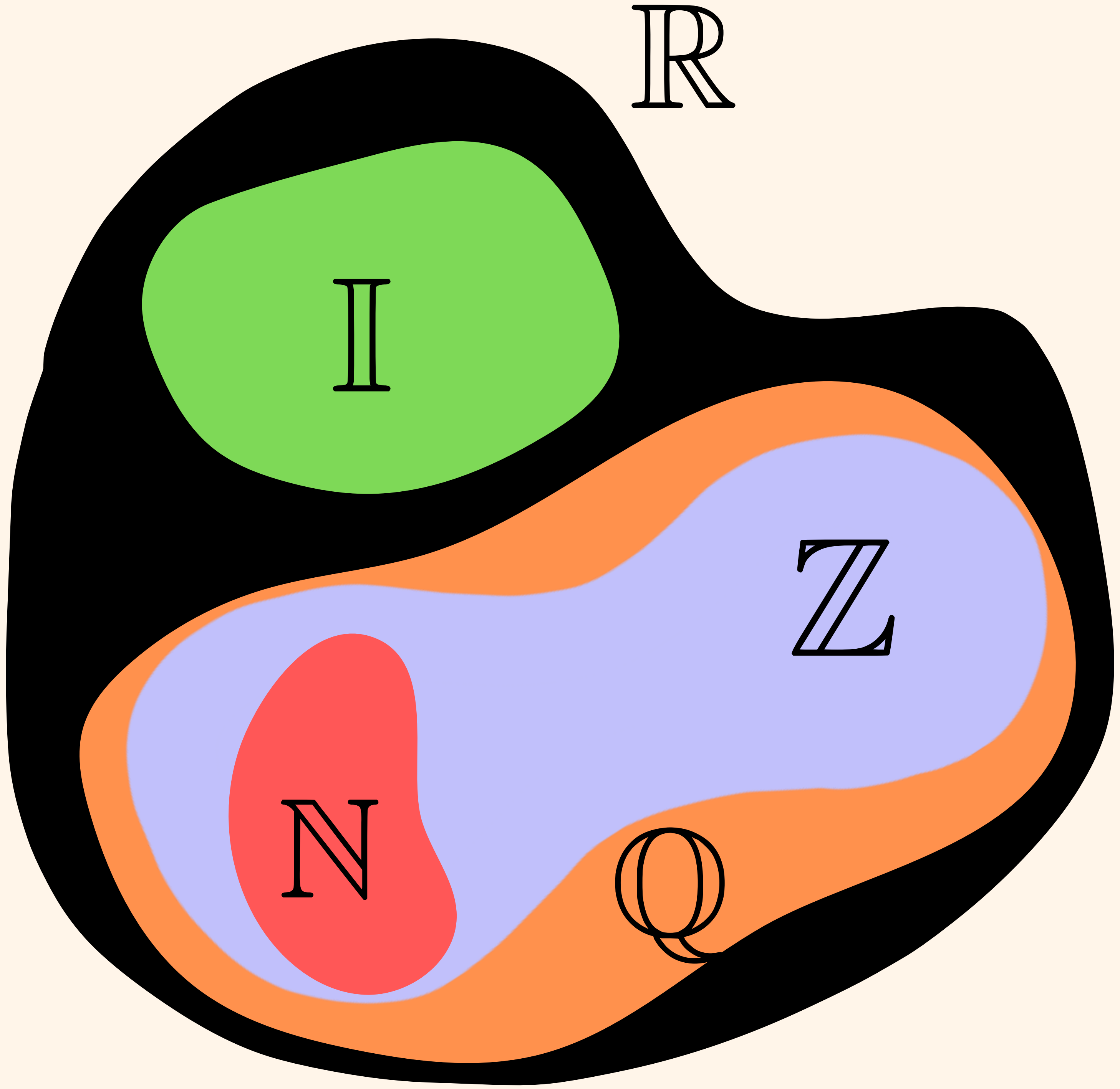
$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \ldots\}$$

$$\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$$

$$\left\{\frac{a}{b}, b \neq 0 \text{ e } a \in \mathbb{Z}\right\} \in \mathbb{Q}$$

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}, \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

Números reais



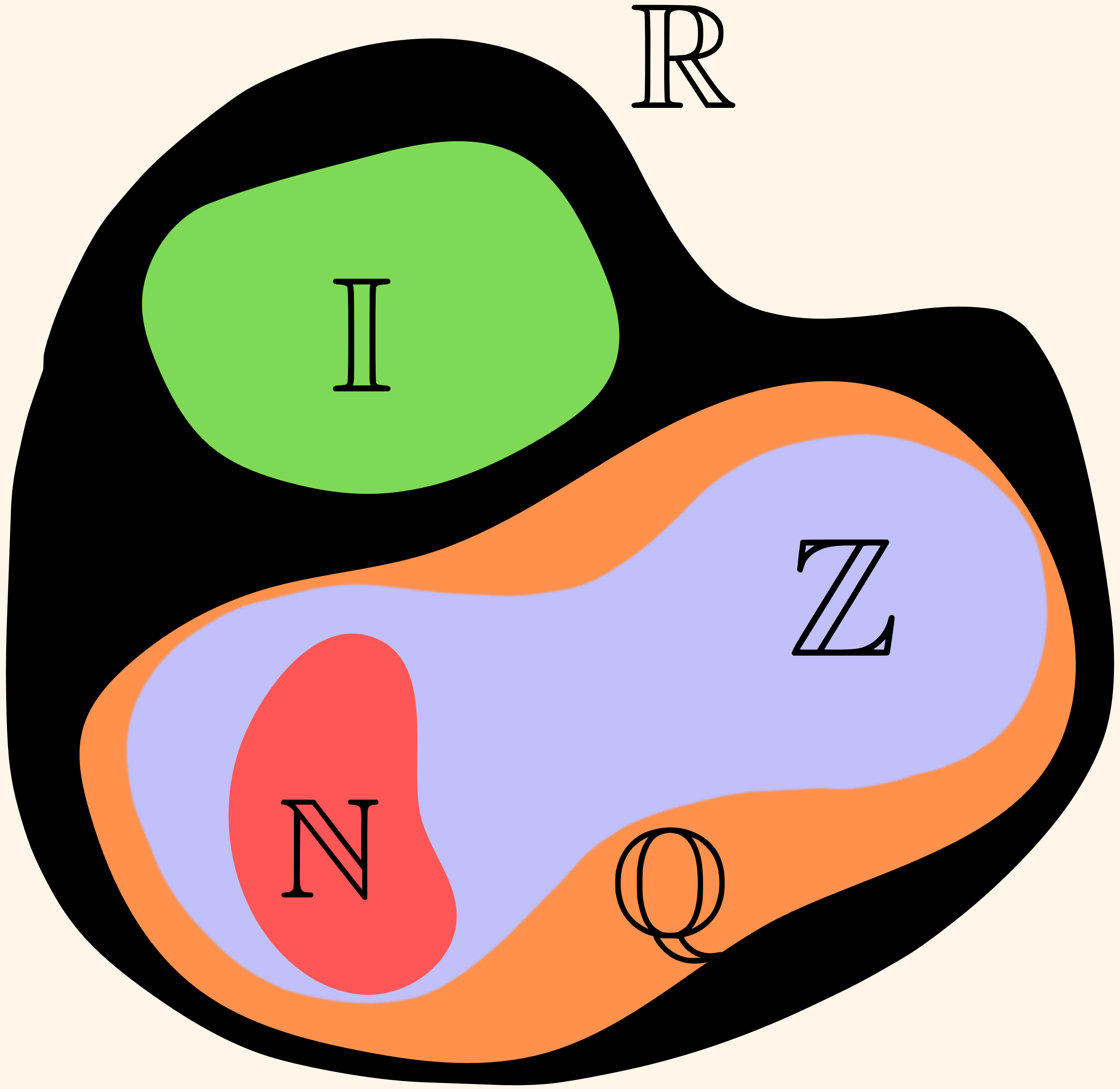
$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \ldots\}$$

$$\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$$

$$\left\{\frac{a}{b}, b \neq 0 \text{ e } a \in \mathbb{Z}\right\} \in \mathbb{Q}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \longrightarrow ad = bc$$

Números reais



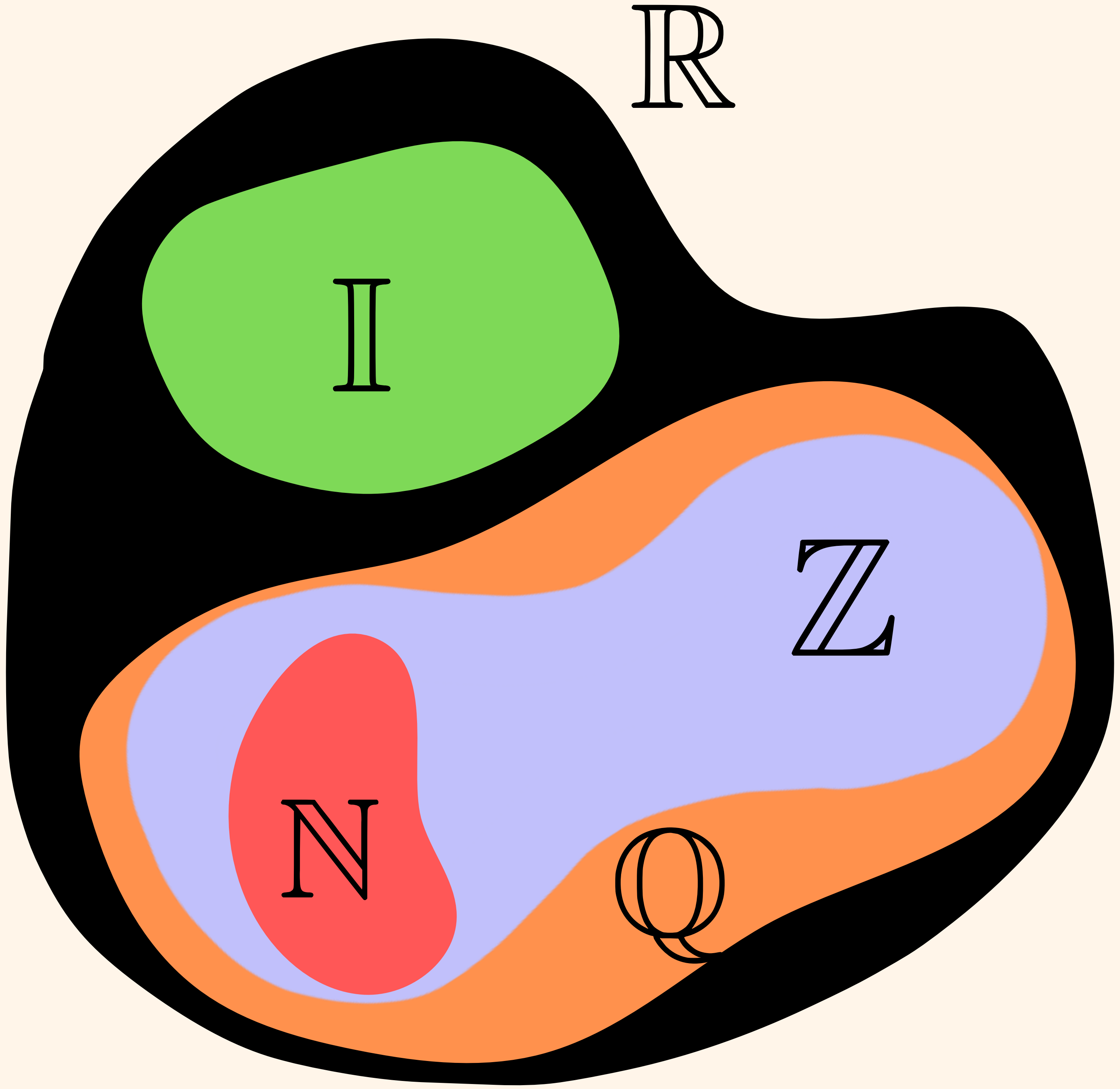
$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$$

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$$

$$\left\{\frac{a}{b}, b \neq 0 \text{ e } a \in \mathbb{Z}\right\} \in \mathbb{Q}$$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1$$

Números reais



$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \ldots\}$$

$$\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$$

$$\left\{\frac{a}{b}, b \neq 0 \text{ e } a \in \mathbb{Z}\right\} \in \mathbb{Q}$$

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$$

Potênciação com expoentes inteiros

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \ldots\ a}_{n \text{ vezes}}$$

Operações

- $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
- $\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
- $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$
- $(ab)^n = a^n \cdot b^n$
- $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$
- $a^{-n} = \left(\dfrac{1}{a}\right)^n = \dfrac{1}{a^n}$

Potênciação com expoentes fracionários

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

Racionalização

Racionalização é o processo de retirar as raízes do denominador das frações.

- Quando o denominador tem a forma $\sqrt[n]{u^k}$, multiplicamos o numerador por $\sqrt[n]{u^{n-k}}$ para eliminar o radical do denominador.

- $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{6}}{3}$

- $\dfrac{1}{\sqrt[4]{x}} = \dfrac{\sqrt[4]{x^3}}{x}$

Logaritmo

$$\log_{10} x = \log x$$
$$\log_e x = \ln x$$

$$\log_b a = x \iff b^x = a$$

Propriedades
$\log_b 1 = 0$
$\log_b b = 1$
$\log_b b^m = m$
$b^{\log_b a} = a$

Propriedades operatórias
$\log_b(ac) = \log_b a + \log_b c$
$\log_b \left(\frac{a}{c}\right) = \log_b a - \log_b c$
$\log_b a^m = m \log_b a$

Polinômios

Um **polinômio** em x é qualquer expressão que pode ser escrita na forma

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0$$

Soma/Subtração

Somar e subtrair apenas termos semelhantes

$$(6x^3 + 2x^2 - 3x + 1) + (2x^3 - 4x^2 + 2x - 2)$$

$$=$$

$$8x^3 - 2x^2 - x - 1$$

Polinômios

Um **polinômio** em x é qualquer expressão que pode ser escrita na forma

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0$$

Multiplicação
Realizar multiplicação entre todos os termos

$$(x^2 + 2x){\color{blue}(x^3 + 3x + 1)} = x^5 + 2x^4 + 3x^3 + 7x^2 + 2x$$

Polinômios

Um **polinômio** em x é qualquer expressão que pode ser escrita na forma

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0$$

Divisão

$$\begin{array}{r|l} \text{dividendo} & \text{divisor} \\ \hline \vdots & \text{quociente} \\ \text{resto} & \end{array}$$

$$\frac{\text{dividendo}}{\text{divisor}} = \text{quociente} + \frac{\text{resto}}{\text{divisor}}$$

$$\frac{5x^3 + 4 - 3x}{x^2 - x + 1} = 5x + 5 + \frac{(-3x - 1)}{x^2 - x + 1}$$

Produtos notáveis

- $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$
- $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$
- $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^2$

Fatoração

Fatorar um polinômio é escrever um produto de dois ou mais fatores polinomiais.

- $2x^2 + 7x - 4 = (2x - 1)(x + 4)$
- $x^3 + x^2 + x + 1 = (x + 1)(x^2 + 1)$
- $x^3 - 9x = x(x^2 - 9) = x(x + 3)(x - 3)$

Expressões racionais

Para simplificar uma expressão racional, eliminamos todos os **fatores comuns** do numerador e denominador.

- $\dfrac{x^2-3x}{x^2-9} = \dfrac{x}{x+3}, \quad x \neq \pm 3$

- $\dfrac{2x^2+11x-21}{x^3+2x^2+4x} \cdot \dfrac{x^3-8}{x^2+5x-14} = \dfrac{2x-3}{x}, \quad x \neq 2, x \neq -7, x \neq 0$

- $\dfrac{2}{x^2-2x} + \dfrac{1}{x} - \dfrac{3}{x^2-4} = \dfrac{x-1}{(x-2)(x+2)}, \quad x \neq 0, x \neq \pm 2$

Equações

- **Equação do primeiro grau**

$$ax + b = 0 \longrightarrow \boxed{x = -\frac{b}{a}}$$

Raíz

- **Equação do segundo grau**

$$ax^2 + bx + c = 0 \longrightarrow \boxed{x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$$

Raízes

Valor absoluto

$$|x| = \begin{cases} x, \ \text{se } x \geq 0 \\ -x, \ \text{se } x < 0 \end{cases}$$

$$\boxed{|x| = \sqrt{x^2}}$$

Inequações

$$f(x) > c, \quad f(x) < c, \quad f(x) \geq c, \quad f(x) \leq c$$

Adição e subtração
Adição ou subtração nos dois lados da inequação não altera o sentido da desigualdade

Multiplicação por um número positivo
Multiplicar os dois lados da inequação por um número positivo não muda o sentido da desigualdade

Inequações

$$\boxed{f(x) > c, \quad f(x) < c, \quad f(x) \geq c, \quad f(x) \leq c}$$

Multiplicação por um número negativo

Multiplicar ambos os lados da inequação por um número negativo inverte o sentido da desigualdade

Inversão

Inverter dois lados positivos de uma inequação também inverte o sinal de desigualdade

$$\frac{a}{b} < c \quad \longrightarrow \quad \frac{b}{a} > \frac{1}{c}$$

Inequação linear

Exemplos:

- $\dfrac{x}{3} + \dfrac{1}{2} > \dfrac{x}{4} + \dfrac{1}{3}$

- $-3 < \dfrac{2x+5}{3} \leq 5$

Inequação com valor absoluto

Exemplos:

- $|x-4|<8$

- $|3x-2|\geq 5$

Inequação quadrática

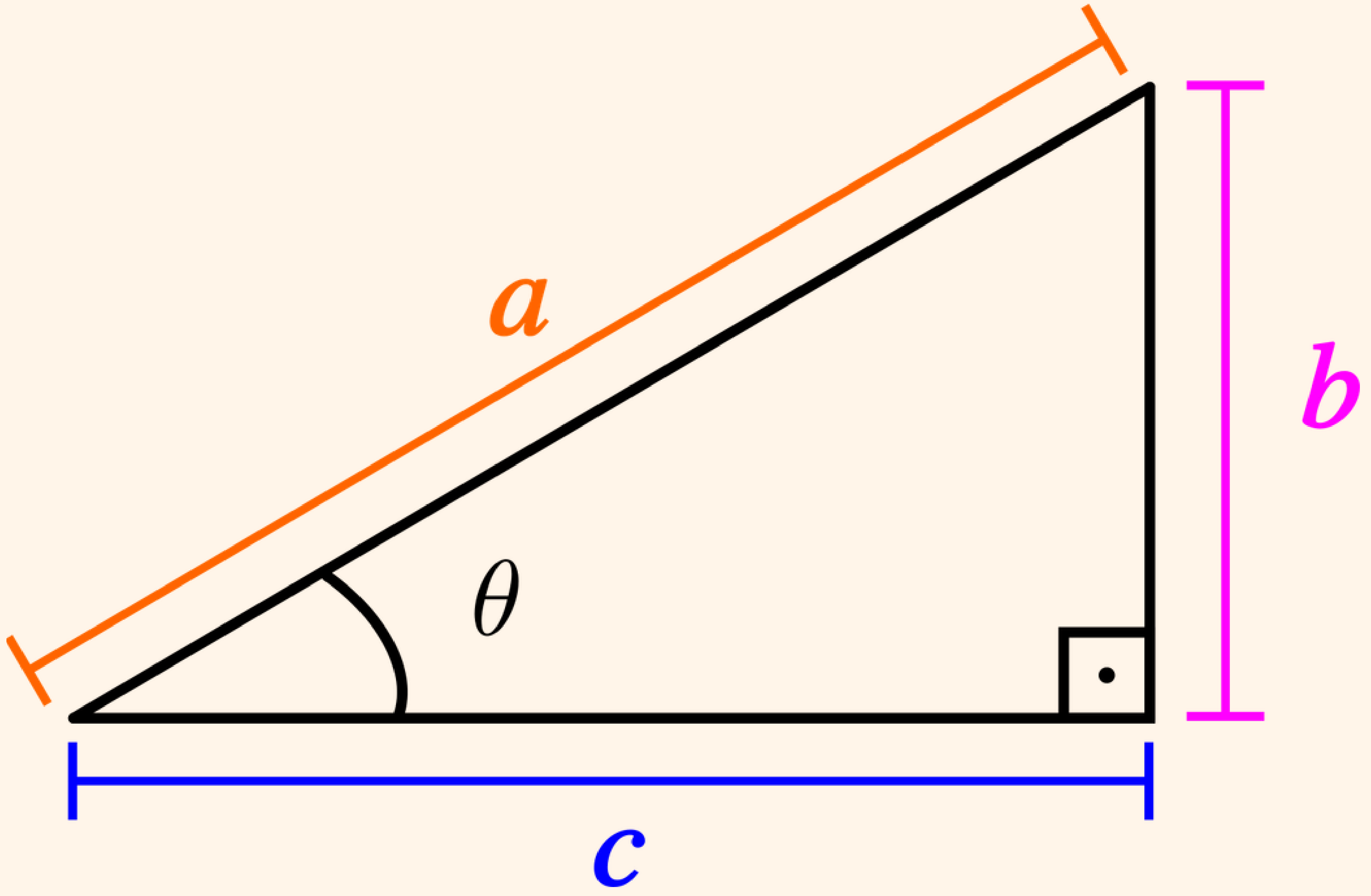
Exemplos:

- $x^2 - x - 12 > 0$

- $2x^2 + 3x \leq 20$

Trigonometria

- **Triângulo retângulo**



$$\boxed{\operatorname{sen}\theta = \frac{b}{a}}$$

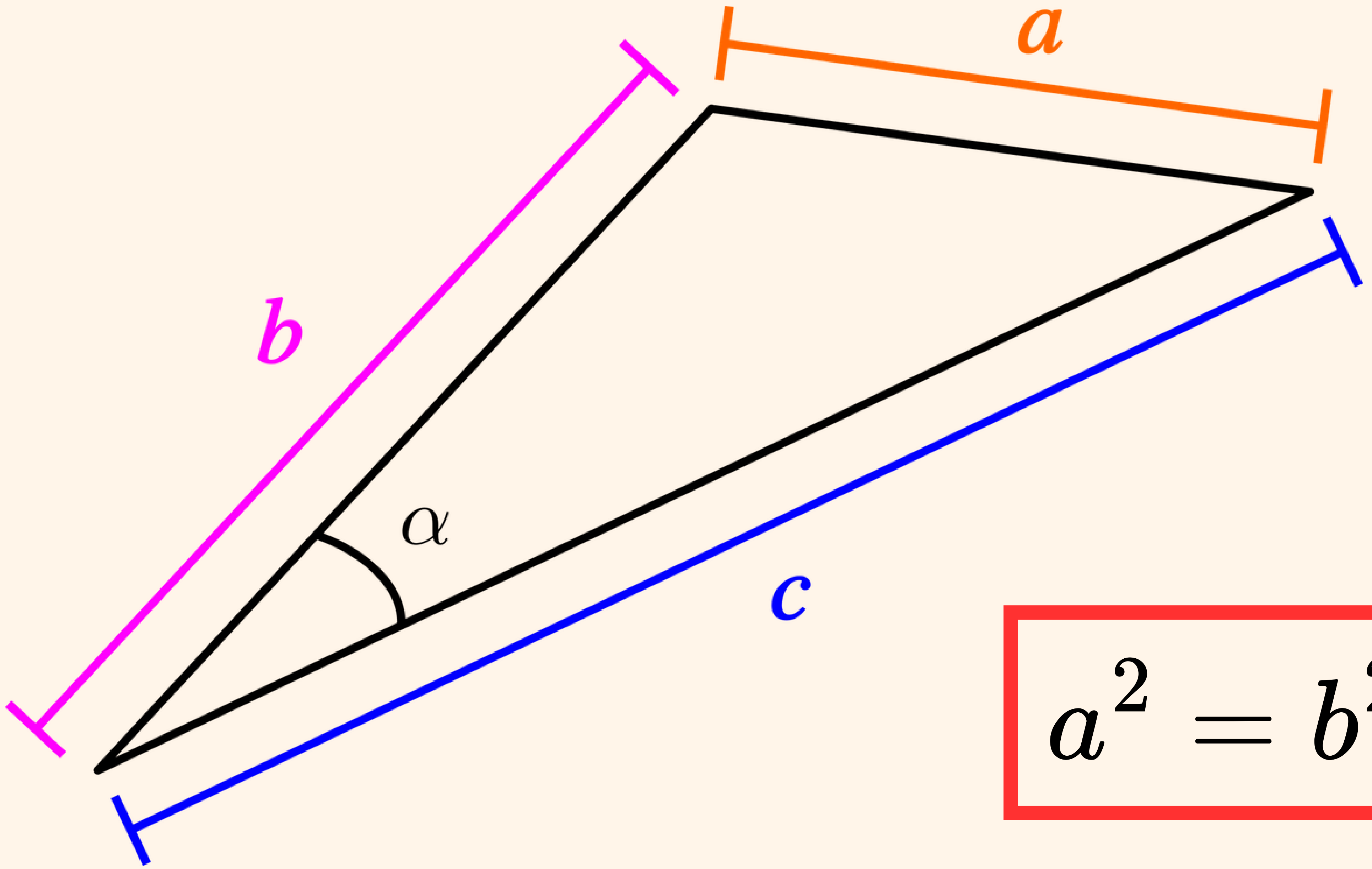
$$\boxed{\cos\theta = \frac{c}{a}}$$

$$\boxed{\operatorname{tg}\theta = \frac{\operatorname{sen}\theta}{\cos\theta} = \frac{b}{c}}$$

$$\boxed{\operatorname{sen}^2\theta + \cos^2\theta = 1}$$

Trigonometria

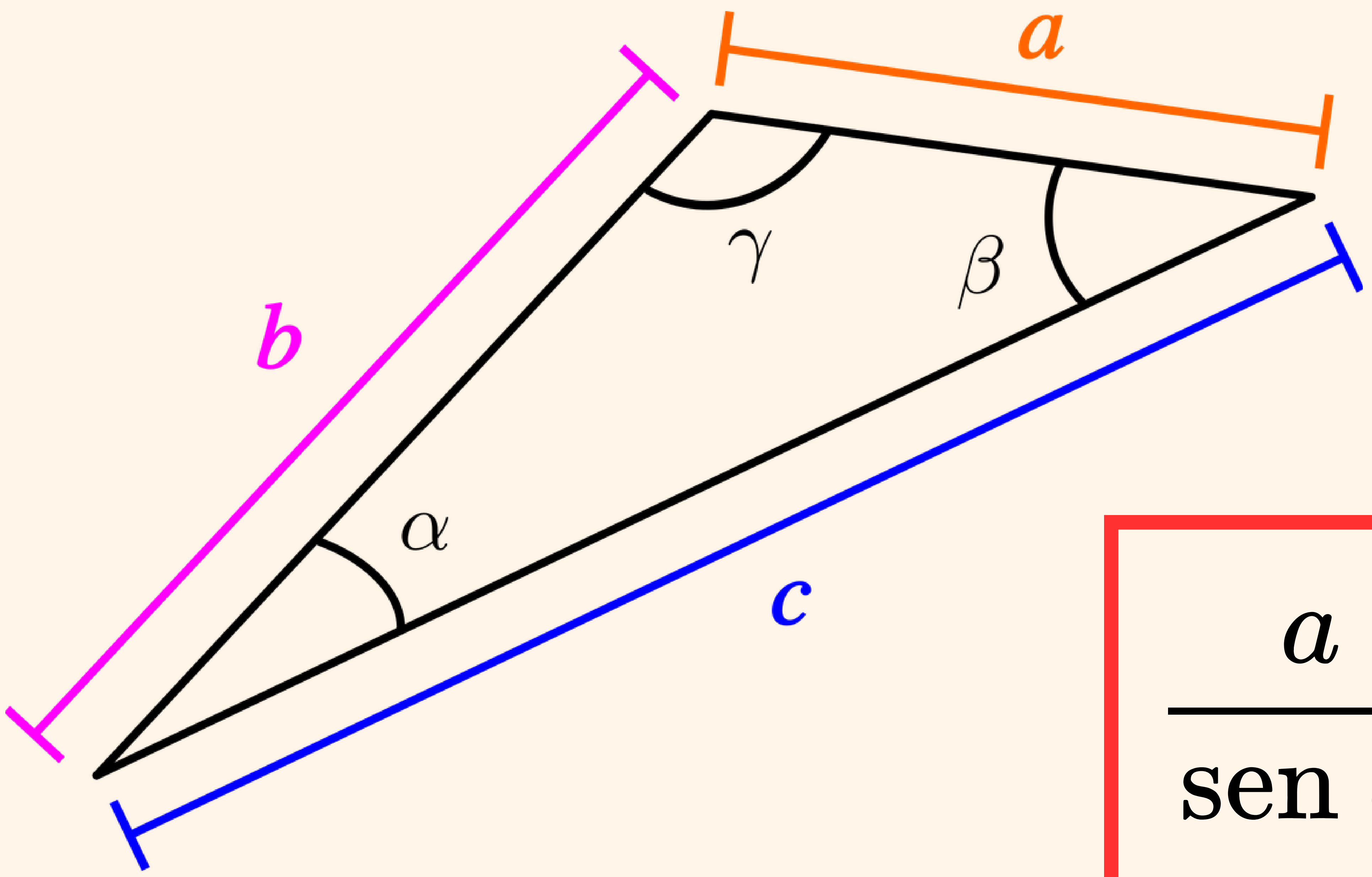
- **Lei dos cossenos**



$$\boxed{a^2 = b^2 + c^2 - 2\,b \cdot c \cdot \cos\alpha}$$

Trigonometria

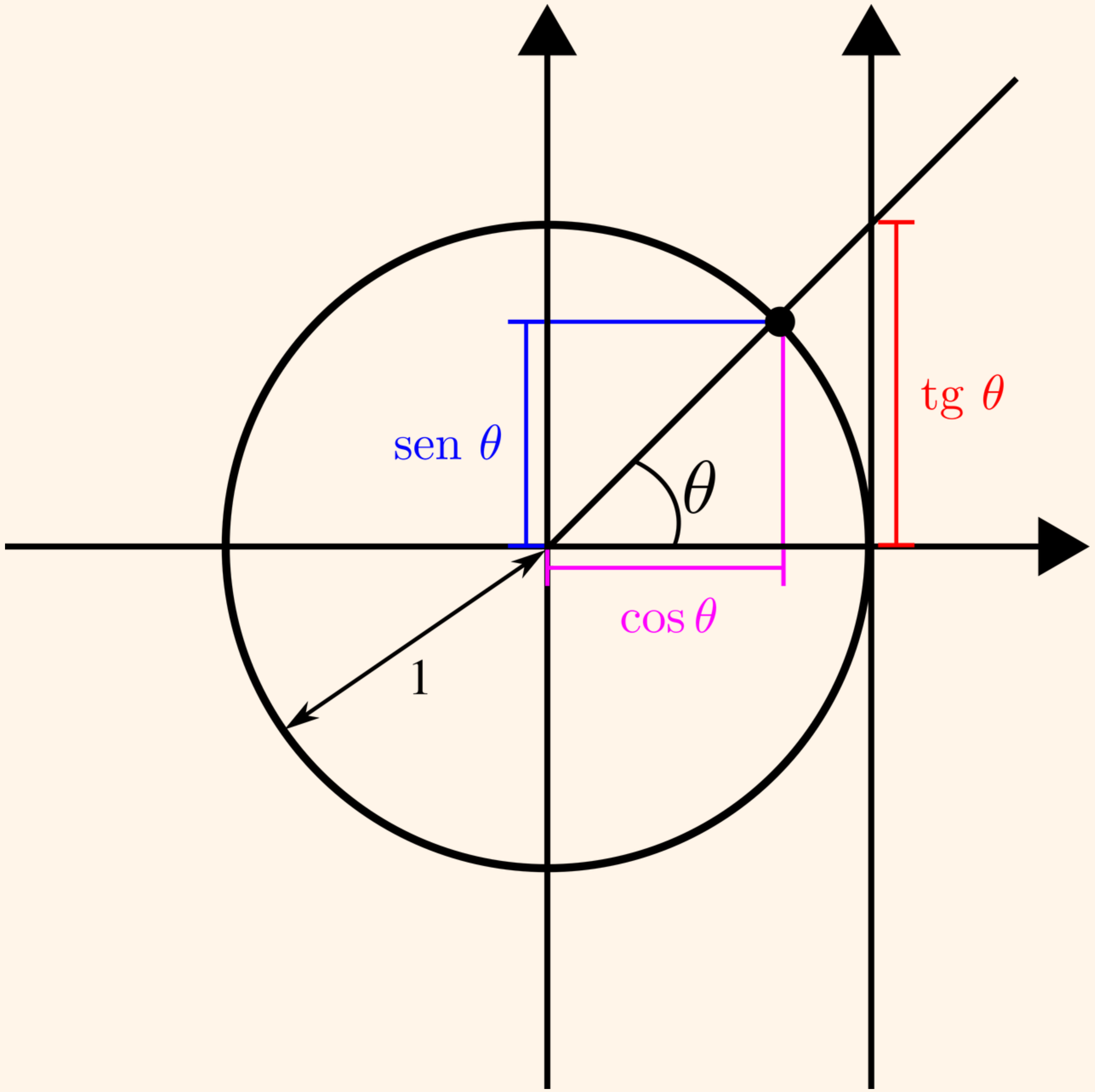
- **Lei dos senos**



$$\boxed{\frac{a}{\text{sen } \alpha} = \frac{b}{\text{sen } \beta} = \frac{c}{\text{sen } \gamma}}$$

Trigonometria

- **Círculo unitário**



$$\boxed{\operatorname{sen}^2\theta + \cos^2\theta = 1}$$

Trigonometria

- **Algumas identidades**

$$\boxed{\cos(a \pm b) = \cos a \cdot \cos b \mp \operatorname{sen} a \cdot \operatorname{sen} b}$$

$$\boxed{\operatorname{sen}(a \pm b) = \operatorname{sen} a \cdot \cos b \pm \cos a \cdot \operatorname{sen} b}$$

$$\boxed{\cos^2 a = \frac{1 + \cos(2a)}{2}} \qquad \boxed{\operatorname{sen}^2 a = \frac{1 - \cos(2a)}{2}}$$

Trigonometria

- **Funções recíprocas**

$$\boxed{\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}} \qquad \boxed{\operatorname{cossec}\theta = \frac{1}{\operatorname{sen}\theta}} \qquad \boxed{\operatorname{cotg}\theta = \frac{1}{\operatorname{tg}\theta} = \frac{\cos\theta}{\operatorname{sen}\theta}}$$

Trigonometria

- $\operatorname{cosec} t - \operatorname{sen} t = \operatorname{cotg} t \cos t$

- $\operatorname{sen}^4\theta - \cos^4\theta = \operatorname{sen}^2\theta - \cos^2\theta$

- $\dfrac{1}{1-\cos x} + \dfrac{1}{1+\cos x} = 2\operatorname{cosec}^2 x$

Intervalos

$$[a,b] = \{x \in \mathbb{R} / a \leq x \leq b\}$$

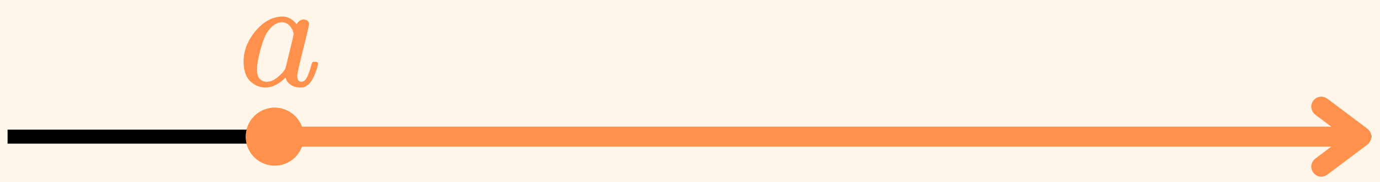
$$(a,b) = \{x \in \mathbb{R} / a < x < b\}$$

$$[a,b) = \{x \in \mathbb{R} / a \leq x < b\}$$

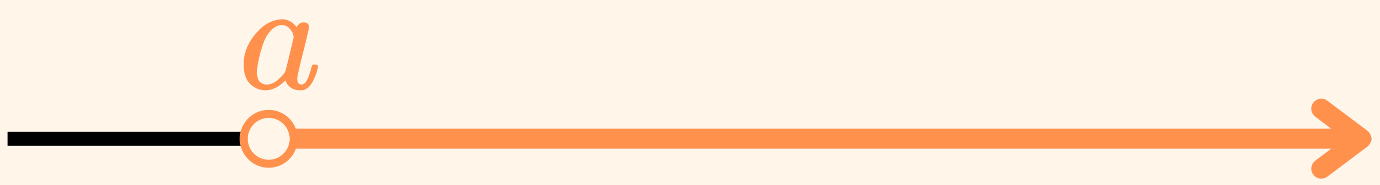
$$(a,b] = \{x \in \mathbb{R} / a < x \leq b\}$$

Intervalos infinitos

$$[a, \infty) = \{x \in \mathbb{R} / x \geq a\}$$



$$(a, \infty) = \{x \in \mathbb{R} / x > a\}$$



$$(-\infty, a] = \{x \in \mathbb{R} / x \leq a\}$$

$$(-\infty, a) = \{x \in \mathbb{R} / x < a\}$$