



LOB 1003 - Cálculo 1

Lista de exercícios 1 - Parte 1

1. Racionalize as expressões e simplifique.

a) $\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{5}-2}$

b) $\frac{\sqrt{4+h}-2}{h}$

2. Sendo que um polinômio de grau n $P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$, se ele possui uma raiz x^* , temos que o polinômio é divisível por $(x - x^*)$ e dessa forma é possível fatorar o polinômio. Sendo assim, fatore os seguintes polinômios.

a) $x^2 - 3x + 2$

f) $x^3 + 2x^2 - x - 2$

b) $2x^2 - 3x$

g) $x^3 + 3x^2 - 4x - 12$

c) $2x^2 - 3x + 1$

h) $x^4 - 3x^3 + x^2 + 3x - 2$

d) $2x^2 - 5x$

i) $x^3 + 2x^2 - 3x$

e) $x^2 - 6x + 9$

j) $x^3 - 1$

3. Resolva as inequações

a) $x^2 - 3x + 2 < 0$

d) $x^3 - 1 > 0$

b) $x^2 - 3x \leq 0$

e) $x^3 + 3x^2 - 4x - 12 \geq 0$

c) $x^2 - 5x + 6 \geq 0$

f) $x^3 + 2x^2 - 3x < 0$

4. Resolva as equações

a) $|x| = 2$

c) $|x + 1| = 3$

e) $|2x - 1| = 1$

b) $|x - 2| = 1$

d) $|2x + 3| = 0$

f) $|x| = 2x + 1$

5. Expresse cada um dos conjuntos abaixo em notação de intervalo

a) $\{x \in \mathbb{R} / 4x - 3 < 6x + 2\}$

c) $\{x \in \mathbb{R} / |x| < 1\}$

b) $\{x \in \mathbb{R} / |2x - 3| \leq 1\}$

d) $\left\{x \in \mathbb{R} / 3x + 1 < \frac{x}{3}\right\}$

6. Se $\sin x = \frac{1}{3}$ e $\sec y = \frac{5}{4}$, onde x e y estão entre 0 e $\pi/2$, avalie $\sin(x + y)$.

7. Encontre a fórmula para a tangente da soma dos dois ângulos

$$\operatorname{tg}(x + y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y}$$

8. Simplifique as expressões

a) $\ln \sin \theta - \ln \left(\frac{\sin \theta}{5}\right)$

b) $\ln(3x^2 - 9x) + \ln \left(\frac{1}{3x}\right)$

c) $\frac{1}{2} \ln(4t^2) - \ln 2$

9. Encontre o domínio das funções.

a) $f(x) = \frac{x+4}{x^2-9}$

c) $h(x) = \frac{1}{\sqrt[4]{x^2-5x}}$

b) $f(t) = \sqrt[3]{2t-1}$

d) $F(p) = \sqrt{2-\sqrt{p}}$

10. Determine o domínio e a imagem das funções

a) $f(x) = \frac{1}{2+e^x}$

d) $g(t) = \sqrt{1+3^{-t}}$

b) $f(x) = \begin{cases} x^2-1, & \text{se } x < 1 \\ 2x+3, & \text{se } 1 \leq x \end{cases}$

e) $f(x) = |3-x|$

c) $g(x) = \frac{x^2+2x-8}{x-2}$

f) $F(x) = \begin{cases} x+3, & \text{se } x < -2, \\ 4-x^2, & \text{se } -2 \leq x \leq 2 \\ 3-x, & \text{se } 2 < x \end{cases}$

11. A população de uma cidade é de 500 mil habitantes e cresce a uma taxa de 3,75% ao anos. Aproximadamente, quando a população alcançará 1 milhão de pessoas?

12. A meia-vida do fósforo 32 é de cerca de 14 dias. Considerando que inicialmente temos 6,6 gramas, qual seria a função que descreve a quantidade de fósforo 32 remanescente em função do tempo? Quando restará uma grama?

13. Demonstre que

a) $\cos(\sin^{-1}x) = \sqrt{1-x^2}$

b) $\operatorname{tg}^2\theta + 1 = \operatorname{sec}^2\theta$

c) $1 + \operatorname{cotg}^2\theta = \operatorname{cosec}^2\theta$

14. Simplifique as expressões

a) $\frac{\sin^2 2t}{(1+\cos 2t)^2} + 1$

b) $\frac{\cos^4 t - \sin^4 t}{\sin 2t}$

c) $\cos^2 2t - \sin^2 t$

15. Determinar y em termos de t ou x

a) $\ln y = 2t + 4$

c) $\ln(y-1) - \ln 2 = x + \ln x$

b) $\ln(y-40) = 5t$

d) $e^{(x^2)}e^{(2x+1)} = e^y$

16. Se $u(x) = 4x - 5$, $v(x) = x^2$ e $f(x) = 1/x$, encontrar as fórmulas para as seguintes funções

a) $u(v(f(x)))$

c) $v(u(f(x)))$

e) $f(u(v(x)))$

b) $u(f(v(x)))$

d) $v(f(u(x)))$

f) $f(v(u(x)))$

17. Determine a fórmula da função inversa f^{-1} .

a) $f(x) = x^2 + 1, \quad x \geq 0$

c) $f(x) = \frac{1}{x}$

b) $f(x) = x^3 - 1$

d) $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$

18. Determine a formula da função inversa f^{-1} e também identifique seu domínio e imagem.

a) $f(x) = x^5$

b) $f(x) = x^3 + 1$

c) $f(x) = \frac{1}{x^2}, \quad x > 0$

19. Determine se a função é par, ímpar ou nenhum dos dois.

a) $f(x) = 2x^3 - 3x$

b) $g(x) = 5x^4 + 2x^2 - 1$

c) $f(x) = x^2 + 1$

d) $f(x) = x^3 + x$

e) $h(t) = 2t + 1$

f) $h(x) = 3x^5 - 2x^3 + x^2$

g) $F(x) = \frac{x^2 + 1}{x^3 - x}$

h) $f(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$

i) $f(t) = \frac{1}{t - 1}$