



LOB 1036 - Geometria Analítica

Lista de exercícios 1 - Parte 2
2º semestre de 2025

1. Provar que $|\vec{u} + \vec{v}|^2 = |\vec{u}|^2 + 2\vec{u} \cdot \vec{v} + |\vec{v}|^2$.
2. Provar que $(\vec{u} + \vec{v}) \cdot (\vec{u} - \vec{v}) = |\vec{u}|^2 - |\vec{v}|^2$.
3. Os ângulos diretores de um vetor são α , 45° e 60° . Determinar α .
4. Provar as propriedades abaixo.
 - a) $\vec{u} \times \vec{u} = \vec{0}$
 - b) $\vec{u} \times \vec{v} = -\vec{v} \times \vec{u}$
 - c) $(m\vec{u}) \times \vec{v} = m(\vec{u} \times \vec{v})$
 - d) $|\vec{u} \times \vec{v}|^2 = |\vec{u}|^2 |\vec{v}|^2 - (\vec{u} \cdot \vec{v})^2$
5. Determinar um vetor unitário simultaneamente ortogonal aos vetores $\vec{u} = (2, -6, 3)$ e $\vec{v} = (4, 3, 1)$.
6. Sejam os vetores $\vec{u} = (3, 1, -1)$ e $\vec{v} = (a, 0, 2)$. Calcular o valor de a para que a área do paralelogramo determinado por $\vec{u}$ e $\vec{v}$ seja igual a $2\sqrt{6}$ u.a.
7. Calcular a área do triângulo de vértices $A(1, -2, 1)$, $B(2, -1, 4)$ e $C(-1, -2, 3)$.
8. Dados os vetores $\vec{u} = (1, a, -2a - 1)$, $\vec{v} = (a, a, -1)$ e $\vec{w} = (a, -1, 1)$, determinar a de modo que $\vec{u} \cdot \vec{v} = (\vec{u} + \vec{v}) \cdot \vec{w}$.
9. Dados os pontos $A(-1, 0, 2)$, $B(-4, 1, 1)$ e $C(0, 1, 3)$, determinar o vetor $\vec{x}$ tal que $2\vec{x} - \overrightarrow{AB} = \vec{x} + (\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AB})\overrightarrow{AC}$.
10. Determinar o vetor $\vec{v}$ sabendo que $(3, 7, 1) + 2\vec{v} = (6, 10, 4) - \vec{v}$.
11. Dados os pontos $A(1, 2, 3)$, $B(-6, -2, 3)$ e $C(1, 2, 1)$, determinar o versor do vetor $3\overrightarrow{BA} - 2\overrightarrow{BC}$.
12. Determinar o valor de n para que o vetor $\vec{v} = \left(n, \frac{2}{5}, \frac{4}{5}\right)$ seja unitário.
13. Dados os pontos $A(1, 0, -1)$, $B(4, 2, 1)$ e $C(1, 2, 0)$, determinar o valor de m para que $|\vec{v}| = 7$, sendo $\vec{v} = m\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$.

14. Calcular o perímetro do triângulo de vértices $A(0, 1, 2)$, $B(-1, 0, -1)$ e $C(2, -1, 0)$.
15. Determinar os ângulos do triângulo de vértices $A(2, 1, 3)$, $B(1, 0, -1)$ e $C(-1, 2, 1)$.
16. Sabendo que o ângulo entre os vetores $\vec{u} = (2, 1, -1)$ e $\vec{v} = (1, -1, m+2)$ é $\frac{\pi}{3}$, determinar m .
17. Determinar o vetor $\vec{v}$, paralelo ao vetor $\vec{u} = (1, -1, 2)$, tal que $\vec{v} \cdot \vec{u} = -18$.
18. Determinar o vetor $\vec{v}$, colinear ao vetor $\vec{u} = (-4, 2, 6)$, tal que $\vec{v} \cdot \vec{w} = -12$, sendo $\vec{w} = (-1, 4, 2)$.
19. Provar que os pontos $A(5, 1, 5)$, $B(4, 3, 2)$ e $C(-3, -2, 1)$ são vértices de um triângulo retângulo.
20. Verificar se existe ângulo reto no triângulo ABC , sendo $A(2, 1, 3)$, $B(3, 3, 5)$ e $C(0, 4, 1)$.
21. Os ângulos diretores de um vetor podem ser de 45° , 60° e 90° ? Justificar.
22. Os ângulos diretores de um vetor são 45° , 60° e γ . Determinar γ .
23. Determinar o vetor $\vec{v}$ sabendo que $|\vec{v}| = 5$, $\vec{v}$ é ortogonal ao eixo Oz , $\vec{v} \cdot \vec{w} = 6$ e $\vec{w} = 2\vec{j} + 3\vec{k}$.
24. Determinar um vetor unitário ortogonal ao vetor $\vec{v} = (2, -1, 1)$.
25. Determinar um vetor de módulo 5 paralelo ao vetor $\vec{v} = (1, -1, 2)$.
26. Determinar o vetor $\vec{v}$, ortogonal ao eixo Oz , que satisfaz as condições $\vec{v} \cdot \vec{v}_1 = 10$ e $\vec{v} \cdot \vec{v}_2 = -5$, sendo $\vec{v}_1 = (2, 3, -1)$ e $\vec{v}_2 = (1, -1, 2)$.
27. Mostrar que, se $\vec{u}$ é ortogonal a $\vec{v}$ e $\vec{w}$, $\vec{u}$ também é ortogonal a $\vec{v} + \vec{w}$.
28. O vetor $\vec{v}$ é ortogonal aos vetores $\vec{a} = (1, 2, 0)$ e $\vec{b} = (1, 4, 3)$ e forma ângulo agudo com o eixo dos x . Determinar $\vec{v}$, sabendo que $|\vec{v}| = 14$.
29. Determinar um vetor simultaneamente ortogonal aos vetores $2\vec{a} + \vec{b}$ e $\vec{b} - \vec{a}$, sendo $\vec{a} = (3, -1, -2)$ e $\vec{b} = (1, 0, -3)$.
30. Mostrar que o quadrilátero cujos vértices são os pontos $A(1, -2, 3)$, $B(4, 3, -1)$, $C(5, 7, -3)$ e $D(2, 2, 1)$ é um paralelogramo e calcular sua área.
31. Calcular a área do paralelogramo que tem vértice no ponto $A(3, 2, 1)$ e uma diagonal de extremidades $B(1, 1, -1)$ e $C(0, 1, 2)$.
32. Determinar $\vec{v}$ tal que $\vec{v}$ seja ortogonal ao eixo dos y e $\vec{u} = \vec{v} \times \vec{w}$, sendo $\vec{u} = (1, 1, -1)$ e $\vec{w} = (2, -1, 1)$.
33. Sendo $\vec{u}$ e $\vec{v}$ vetores do espaço, com $\vec{v} \neq \vec{0}$:
 - a) determinar o número real r tal que $\vec{u} - r\vec{v}$ seja ortogonal a $\vec{v}$
 - b) mostrar que $(\vec{u} + \vec{v}) \times (\vec{u} - \vec{v}) = 2\vec{v} \times \vec{u}$.

34. Verificar se são coplanares os pontos:

a) $A(1, 1, 1), B(-2, -1, -3), C(0, 2, -2)$ e $D(-1, 0, -2)$

b) $A(1, 0, 2), B(-1, 0, 3), C(2, 4, 1)$ e $D(-1, -2, 2)$

c) $A(2, 1, 3), B(3, 2, 4), C(-1, -1, -1)$ e $D(0, 1, -1)$

35. Para que valor de m os pontos $A(m, 1, 2), B(2, -2, -3), C(5, -1, 1)$ e $D(3, -2, -2)$ são coplanares?

36. Sejam os vetores $\vec{u} = (1, 1, 0)$, $\vec{v} = (2, 0, 1)$, $\vec{w}_1 = 3\vec{u} - 2\vec{v}$, $\vec{w}_2 = \vec{u} + 3\vec{v}$ e $\vec{w}_3 = \vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$. Determinar o volume do paralelepípedo definido por $\vec{w}_1, \vec{w}_2$ e $\vec{w}_3$.

37. Os vetores $\vec{a} = (2, -1, -3)$, $\vec{b} = (-1, 1, -4)$ e $\vec{c} = (m + 1, m, -1)$ determinam um paralelepípedo de volume 42. Calcule m .